

# REDES CONFORMADORAS DE ONDA TRIANGULAR A SENOIDAL

Ing. A. Ramón Vargas Patrón

[rvargas@inictel.gob.pe](mailto:rvargas@inictel.gob.pe)

INICTEL

## RESUMEN

En el presente trabajo se efectúa el estudio de una red no lineal y no reactiva que permite filtrar las armónicas de una onda triangular para convertirla en una senoide. Se desarrollan las fórmulas matemáticas que permitan una implementación adecuada de la red. Al ser ésta de comportamiento aperiódico, un cuidadoso diseño de la misma permite un trabajo en banda ancha, logrando su aplicación primaria en circuitos de generadores de función.

El estudio exhaustivo de redes de filtro no reactivas es escaso en la literatura técnica, por lo que se piensa que el presente tutorial será de utilidad para el estudiante y el diseñador de circuitos. Al final del estudio se da un ejemplo de diseño ilustrativo.

## ABSTRACT

The present work studies a non-linear non-reactive network that filters the harmonic content of a triangular wave in order to obtain a sine.

All the formulae necessary for a correct implementation of the network are developed. The network has an aperiodic behaviour, so a careful design will permit wideband performance, making it ideal for its use in function generators.

Exhaustive analysis of non-reactive filter networks is very difficult to find in technical literature, for the present study, we think, will be of utility for the student and circuit designer. At the end of the study a design example is given.

## 1. RED DE FUNCION SENO

La salida de una red de función seno está dada aproximadamente por la expresión:

$$U_0 = \hat{U}_0 \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{U_i}{\hat{U}_i}\right) \quad \dots(1)$$

$$\text{Para: } -\hat{U}_i \leq U_i \leq \hat{U}_i$$

Con pequeñas tensiones de entrada se cumple

$$U_0 = \hat{U}_0 \frac{\pi}{2} \cdot \frac{U_i}{\hat{U}_i}$$

y

$$U_0 = U_i$$

Entonces

$$\hat{U}_0 = \frac{2}{\pi} \hat{U}_i \quad \dots (2)$$

Si la forma de onda de entrada es una rampa de tensión, entonces, con pequeños valores de la entrada la red de función seno deberá tener ganancia unidad, mientras que con tensiones más elevadas ésta deberá disminuir.

Basado en el principio de aproximación por partes, el circuito de la figura sintetiza una función seno a partir de una rampa de tensión. Con pequeñas tensiones de entrada todos los diodos están polarizados en sentido inverso, y  $U_o = U_i$ , Cuando  $U_o$  aumenta por encima de  $U_1$ , el diodo  $D_1$  se polariza en sentido directo.  $U_o$  aumenta entonces más lentamente que  $U_1$  a causa del divisor de tensión  $R_v - R_4$ .

Cuando  $U_o$  se hace mayor que  $U_2$ , la salida de la red resulta adicionalmente cargada con  $R_5$ , por lo que el aumento de tensión se retarda aún más. El diodo  $D_3$  produce finalmente la tangente horizontal en la senoide. Los diodos  $D_1'$  a  $D_3'$  tienen los efectos correspondientes en las tensiones negativas de entrada, es decir, para la parte negativa de la curva seno. Considerando que los diodos no comienzan a conducir repentinamente sino que tienen una característica exponencial, se pueden obtener bajos factores de distorsión con solo un pequeño número de diodos.

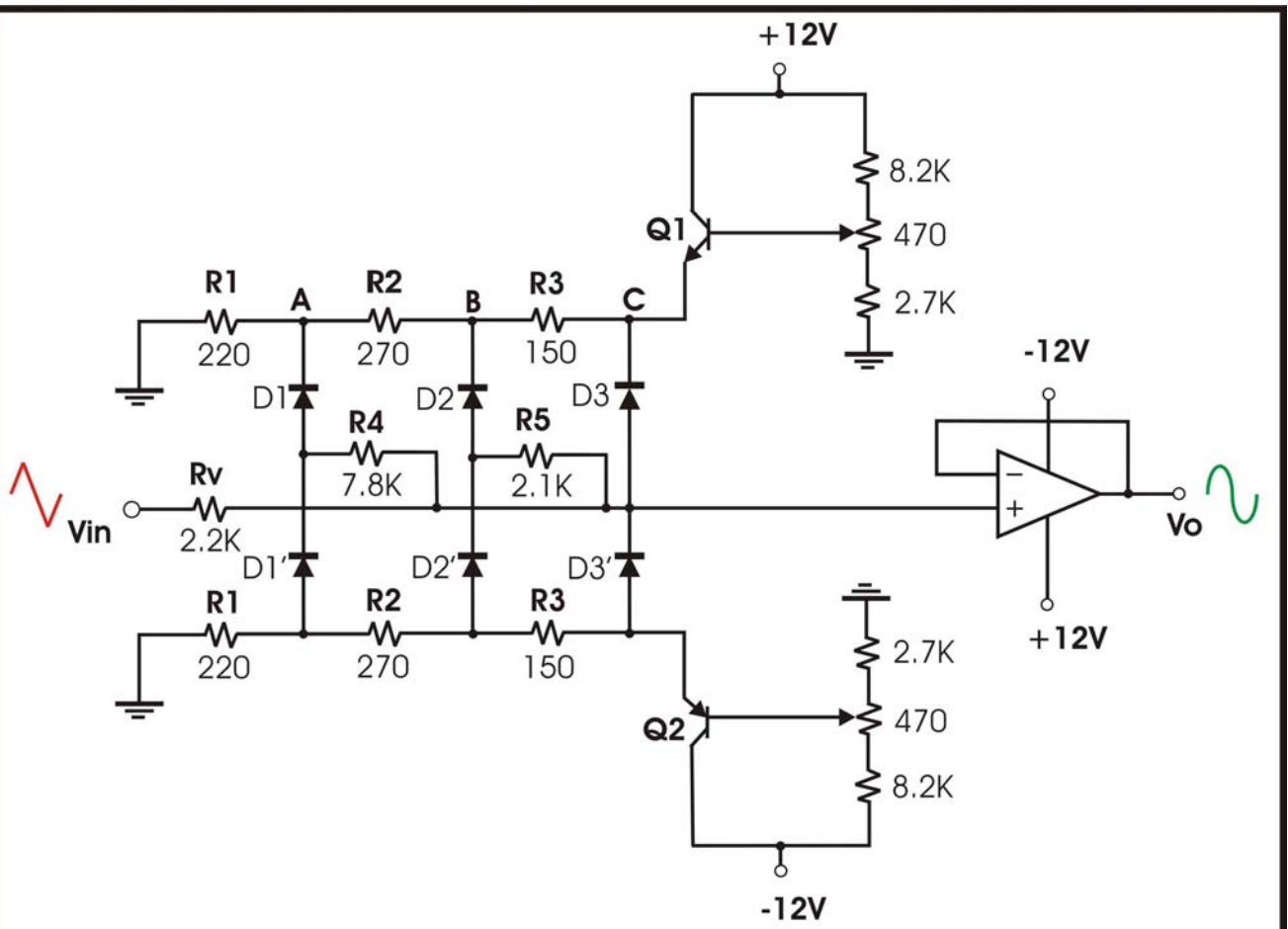
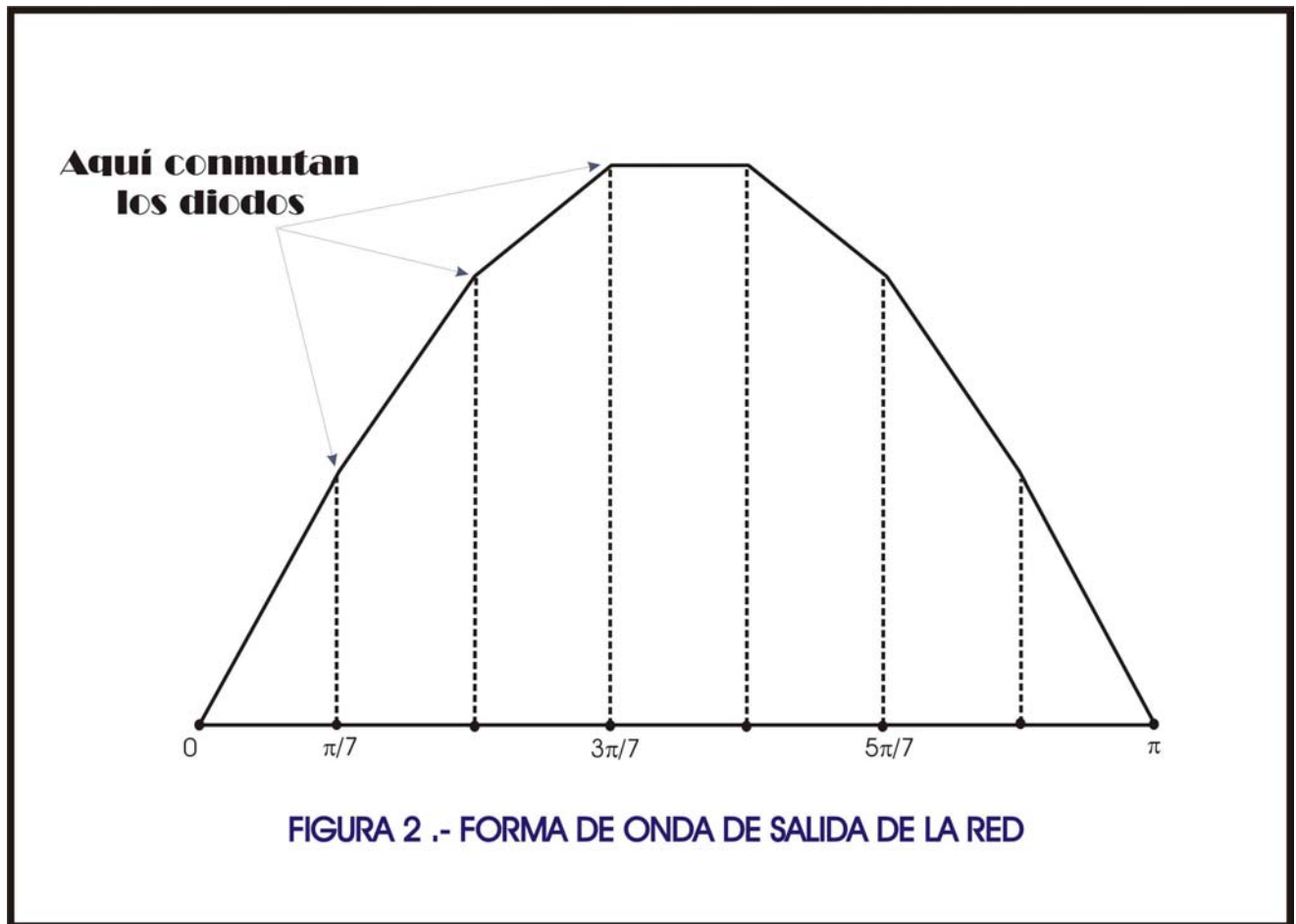


FIGURA 1 .- RED CONFORMADORA DE ONDA TRIANGULAR A SENOIDAL

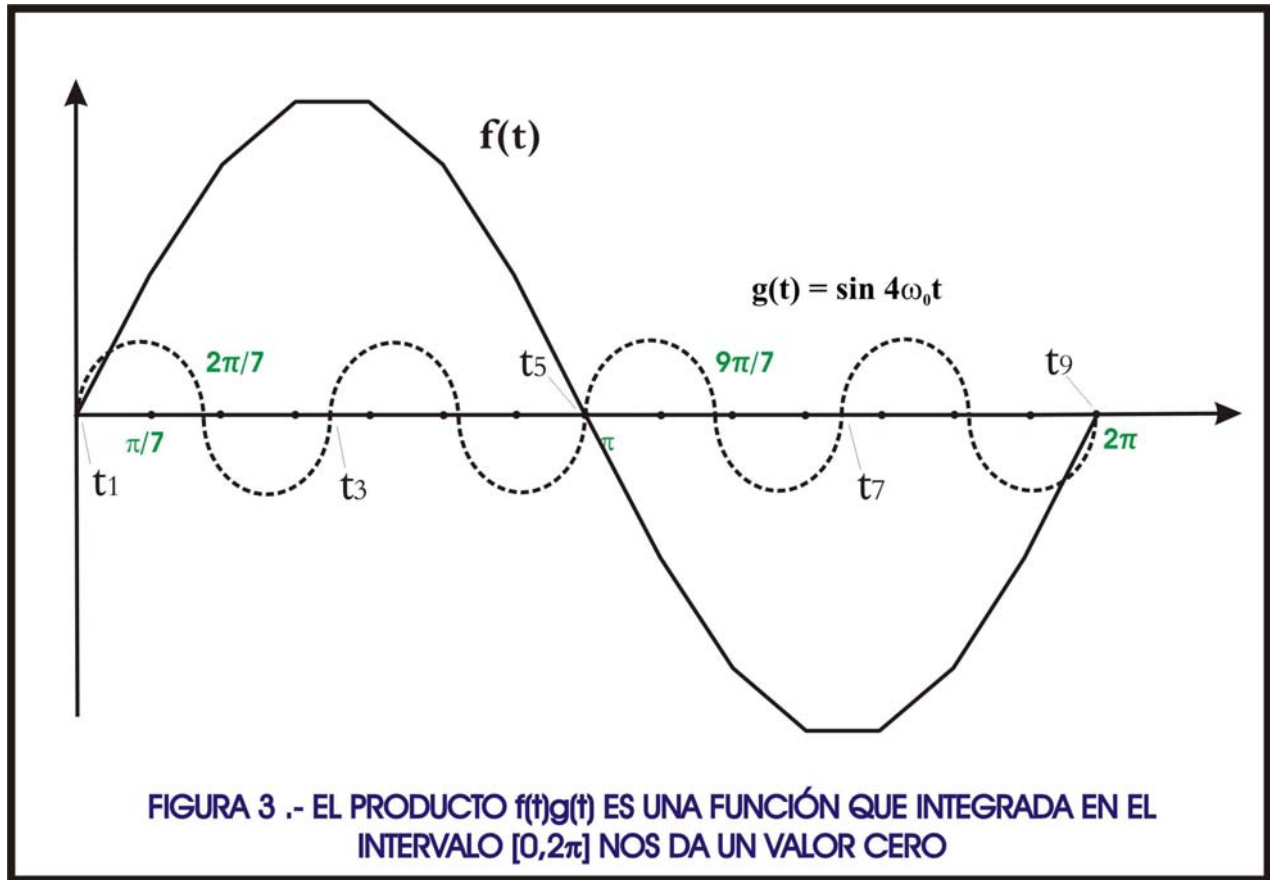
La forma de onda a la salida de la red se muestra en la figura 2, para medio ciclo de senoide y seis diodos en la red.



Para estudiar el contenido armónico de esta senoide, calcularemos su serie de Fourier:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad \dots(3)$$

La componente DC es igual a cero, al igual que los coeficientes  $a_n$ . Por razones de simetría no existen armónicos pares. Se dará una demostración gráfica de lo último para  $n = 4$  (figura 3).



En la figura 3:

$$\begin{aligned}
 b_4 &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin 4\omega_0 t dt \\
 &= \frac{2}{T} \left( \sum_{j=1}^8 \int_{t_j}^{t_{j+1}} f g dt \right) \quad \dots (3.1)
 \end{aligned}$$

Por otro lado

$$\begin{aligned}
 \int_{t_1}^{t_2} f g dt &= - \int_{t_4}^{t_5} f g dt \\
 \int_{t_2}^{t_3} f g dt &= - \int_{t_3}^{t_4} f g dt
 \end{aligned}$$

$$\int_{t_5}^{t_6} fgdt = - \int_{t_8}^{t_9} fgdt$$

$$\int_{t_6}^{t_7} fgdt = - \int_{t_7}^{t_8} fgdt \quad \dots(3.2)$$

Por consiguiente,  $b_4=0$ . Entonces:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega_0 t \quad , n = \text{impar} \quad \dots (4)$$

Por otro lado:

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega_0 t dt$$

Por lo tanto, en general podemos escribir:

$$b_n = \frac{2}{T} \sum_{i=0}^{k-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} [m_i(t - t_i) + y_i] \sin n\omega_0 t dt \quad \dots(5)$$

donde:

$$m_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{t_{i+1} - t_i} \quad \dots(6)$$

es la pendiente del  $(i + 1)$ -ésimo segmento de recta correspondiente al intervalo  $[t_i, t_{i+1}]$ .

La amplitud de la senoide en el instante  $t_i$  es:

$$y_i = \hat{U}_0 \sin\left(\frac{2\pi}{k} i\right) \quad \dots(6.1)$$

donde  $k$  es el número de segmentos de la aproximación que existe en un ciclo de la senoide.

De la expresión (5):

$$b_n = \frac{2}{T} \sum_{i=0}^{k-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} [m_i t \sin n\omega_0 t + (y_i - m_i t_i) \sin n\omega_0 t] dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \sum_{i=0}^{k-1} \left[ m_i \left( -t \frac{\cos n\omega_0 t}{n\omega_0} + \frac{\sin n\omega_0 t}{n^2 \omega_0^2} \right) \right]_{t_i}^{t_{i+1}} + \left[ (y_i - m_i t_i) \left( -\frac{\cos n\omega_0 t}{n\omega_0} \right) \right]_{t_i}^{t_{i+1}}$$

$$b_n = \frac{2}{T} \sum_{i=0}^{k-1} m_i \left[ \frac{t_i \cos n\omega_0 t_i - t_{i+1} \cos n\omega_0 t_{i+1}}{n\omega_0} + \frac{\sin n\omega_0 t_{i+1} - \sin n\omega_0 t_i}{n^2 \omega_0^2} \right]$$

$$- \frac{(y_i - m_i t_i)}{n\omega_0} [\cos n\omega_0 t_{i+1} - \cos n\omega_0 t_i]$$

$$b_n = \frac{2}{T} \sum_{i=0}^{k-1} \left[ \frac{-m_i t_{i+1} \cos n\omega_0 t_{i+1}}{n\omega_0} + \frac{m_i t_i \cos n\omega_0 t_i}{n\omega_0} \right]$$

$$+ \frac{m_i}{n^2 \omega_0^2} [\sin n\omega_0 t_{i+1} - \sin n\omega_0 t_i] - \frac{y_i}{n\omega_0} [\cos n\omega_0 t_{i+1} - \cos n\omega_0 t_i]$$

$$b_n = \frac{2}{T} \sum_{i=0}^{k-1} - \frac{(y_{i+1} - y_i)}{n\omega_0} \cos n\omega_0 t_{i+1} - \frac{y_i}{n\omega_0} (\cos n\omega_0 t_{i+1} - \cos n\omega_0 t_i)$$

$$+ \frac{m_i}{n^2 \omega_0^2} [\sin n\omega_0 t_{i+1} - \sin n\omega_0 t_i]$$

$$b_n = \frac{2}{T} \sum_{i=0}^{k-1} - \frac{y_{i+1}}{n\omega_0} \cos n\omega_0 t_{i+1} - \frac{y_i}{n\omega_0} \cos n\omega_0 t_i + \frac{m_i}{n^2 \omega_0^2} [\sin n\omega_0 t_{i+1} - \sin n\omega_0 t_i]$$

Finalmente, de (6), (6.1) y con la última expresión:

$$b_n = \frac{\hat{U}_0}{n\pi} \sum_{i=0}^{k-1} -\sin \frac{2\pi}{k}(i+1) \cos n \frac{2\pi}{k}(i+1) + \sin \frac{2\pi}{k} i \cos n \frac{2\pi}{k} i$$

$$+ \frac{\sin \frac{2\pi}{k}(i+1) - \sin \frac{2\pi}{k} i}{n \frac{2\pi}{k}} \left[ \sin n \frac{2\pi}{k}(i+1) - \sin n \frac{2\pi}{k} i \right] \quad \dots(7)$$

La sumatoria correspondiente a los dos primeros términos es cero. Por lo tanto:

$$b_n = \frac{\hat{U}_0}{n\pi} \sum_{i=0}^{k-1} \frac{\sin \frac{2\pi}{k}(i+1) - \sin \frac{2\pi}{k} i}{n \frac{2\pi}{k}} \left[ \sin n \frac{2\pi}{k}(i+1) - \sin n \frac{2\pi}{k} i \right] \quad \dots(8)$$

Los puntos de codo de pendiente de la poligonal que aproxima a la senoide corresponden a valores del argumento:

$$\phi = \frac{2\pi}{k} j \quad j = 0, 1, \dots, k$$

$$= \frac{\pi}{2m+1} j \quad \dots(9)$$

donde por definición, los cruces por cero también constituyen puntos de codo de pendiente y  $2m$  es el número de diodos de la red. Los valores correspondientes de la tensión de entrada se pueden calcular a partir de (1) y (9) igualando argumentos:

$$\frac{\pi}{2} \frac{U_i}{\hat{U}_i} = \frac{\pi}{2m+1} j$$

Entonces:

$$U_{ij} = \pm \frac{2\hat{U}_i}{2m+1} j \quad j = 0, 1, \dots, m \quad \dots(10)$$

Las correspondientes tensiones de salida de la red son:

$$\begin{aligned}
 U_0 &= \pm \hat{U}_0 \sin \frac{\pi}{2m+1} j & j = 0, 1, \dots, m \\
 &= \pm \frac{2}{\pi} \hat{U}_i \sin \frac{\pi}{2m+1} j & j = 0, 1, \dots, m \quad \dots (11)
 \end{aligned}$$

Se puede comprobar asimismo que se anulan las "m" primeras armónicas impares y que la pendiente del segmento por encima del m-ésimo punto es también nula.

La pendiente de cualquier segmento se calcula por:

$$m_j = \frac{U_0(j+1) - U_0(j)}{U_i(j+1) - U_i(j)} \quad j = 0, 1, \dots, m$$

Es decir:

$$m_j = \frac{\sin \frac{\pi(j+1)}{2m+1} - \sin \frac{\pi}{2m+1} j}{\left( \frac{\pi}{2m+1} \right)} \quad \dots (12)$$

## 2. EJEMPLO DE DISEÑO DE UNA RED CONFORMADORA DE ONDA TRIANGULAR A SENOIDAL:

Con referencia a la figura 1, se dispone de una tensión de forma triangular de 5 voltios de amplitud pico para conformarla a un seno. Se desean  $2m = 6$  puntos de codo de pendiente para la red sintetizadora. Las pendientes de los segmentos serán entonces según (12):

$$m_0 = 0.9667$$

$$m_1 = 0.78$$

$$m_2 = 0.43$$

$$m_3 = 0$$

Los puntos de quiebre corresponden a valores de la tensión de entrada dados por (10), con  $\hat{U}_i = 5v$ :

$$U_{ij} = \pm \frac{2 \times 5j}{(2 \times 3) + 1} = \pm \frac{10j}{7} \quad j = 0, 1, \dots, m$$

Por lo tanto:

$$U_{i0} = 0v$$

$$U_{i1} = \pm 1.43v$$

$$U_{i2} = \pm 2.85v$$

$$U_{i3} = \pm 4.28v$$

Los correspondientes valores de la tensión de salida serán:

$$U_{0j} = \pm \frac{2}{\pi} U_i \sin \frac{\pi}{2m+1} j \quad j = 0, 1, \dots, m$$

Por lo tanto:

$$U_{00} = 0v$$

$$U_{01} = \pm 3.18 \sin \frac{\pi}{7} = \pm 1.4v$$

$$U_{02} = \pm 3.18 \sin \frac{2\pi}{7} = \pm 2.48v$$

$$U_{03} = \pm 3.18 \sin \frac{3\pi}{7} = \pm 3.1v$$

Como los diodos reales conducen apreciablemente con tensiones directas de aproximadamente 0.5 voltios, se asumirá esta caída en ellos y por lo tanto las tensiones del divisor de polarización serán:

$$V_A = 1.4 - 0.5 = 0.9v$$

$$V_B = 2.48 - 0.5 = 1.98v$$

$$V_C = 3.1 - 0.5 = 2.6v$$

La pendiente  $m_1$  será, despreciando el efecto de la red de polarización:

$$m_1 = \frac{R_4}{R_v + R_4}$$

Si  $R_v = 2.2k\Omega$  entonces  $R_4 = 7.8k\Omega$

Similarmente,  $m_2$  será:

$$m_2 = \frac{R_4 // R_5}{R_v + R_4 // R_5}$$

Luego  $R_5 = 2.1 \text{ k}\Omega$ .

Escogiendo para  $R_1$  un valor tal que  $R_1 \ll R_4$ , 220 ohmios por ejemplo, tenemos que la corriente en la red de polarización será:

$$\frac{V_A}{0.22 \text{ k}\Omega} = 4.1 \text{ mA}$$

Entonces:  $R_2 = \frac{V_B - V_A}{4.1} = \frac{1.98 - 0.9}{4.1} = 0.263 \text{ k}\Omega \rightarrow 270 \Omega$  que es un valor estándar.

Comprobamos que  $R_2 \ll R_5$ .

Finalmente:

$$R_3 = \frac{V_C - V_B}{4.1} = \frac{2.6 - 1.98}{4.1} = 0.151 \text{ k}\Omega \rightarrow 150 \Omega, \text{ valor que también es estándar.}$$

Los transistores son fuentes de DC de baja impedancia e introducen compensación por cambios en temperatura.

## CONCLUSIONES

- Se ha realizado el análisis detallado de una red no reactiva, de banda ancha, utilizable para eliminar las armónicas de una onda triangular.
- Para poder implementar la red con resistencias de bajo valor y diodos con tiempos de conmutación cortos que den como resultado constantes de tiempo pequeñas, el amplificador excitador deberá tener baja impedancia de salida. Esto es deseable para un funcionamiento en banda ancha.

## **BIBLIOGRAFIA**

- STRAUSS L. , Wave Generation and Shaping, Editorial Mc Graw – Hill
- TIETZE – SCHENK , Circuitos Electrónicos Avanzados, Editorial Marcombo Boixareu Editores
- VARGAS PATRON R., Apuntes de Laboratorio.