

# Filtros de Elementos Conmutados

Ing. A. Ramón Vargas Patrón  
[rvargas@inictel.gob.pe](mailto:rvargas@inictel.gob.pe)  
INICTEL

## Introducción

En un artículo anterior desarrollamos una teoría general para el filtro activo de variable de estado. Se destacó el hecho de que podían variarse independientemente los distintos parámetros del filtro mediante un ajuste de las ganancias de los amplificadores. En el presente estudio se analizarán los filtros de elementos conmutados, los cuales son esencialmente filtros analógicos en los que el ajuste de parámetros se efectúa con ayuda de una señal de reloj.

### 1.1 Filtros de Resistencias Conmutadas

Considérese el filtro pasabajo elemental de la Fig.1. Su función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{V_o(s)}{V_1(s)} = \frac{1}{sRC + 1} \quad \dots(1)$$

Sea R una función del tiempo, digamos R(t), tal que

$$R(t) = \begin{cases} R_1, & 0 < t < \delta T \\ \infty, & \delta T < t < T \end{cases} \quad \dots(2)$$

donde  $\delta < 1$ . Además, se cumple que  $R(t+T)=R(t)$ .

Si  $1/T$  es mucho mayor que la máxima frecuencia componente de  $v_1(t)$  entonces la carga Q que ingresa al condensador en un intervalo T está dado por

$$Q = \int_0^{\delta T} \frac{v_1 - v_0}{R_1} dt \quad \dots(3)$$

manteniéndose  $v_1$  y  $v_0$  aproximadamente constantes durante el intervalo de integración. Por lo tanto:

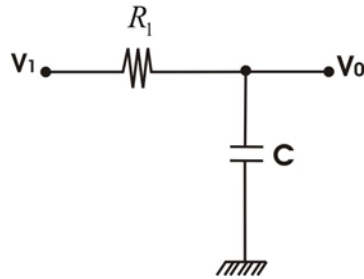
$$Q \approx \frac{v_1 - v_0}{R_1} \delta T \quad \dots(4)$$

Podemos asumir que esta carga circula a través de una resistencia equivalente R' presente durante todo el intervalo T, esto es,

$$Q \approx \frac{v_1 - v_0}{R'} T \quad \dots(5)$$

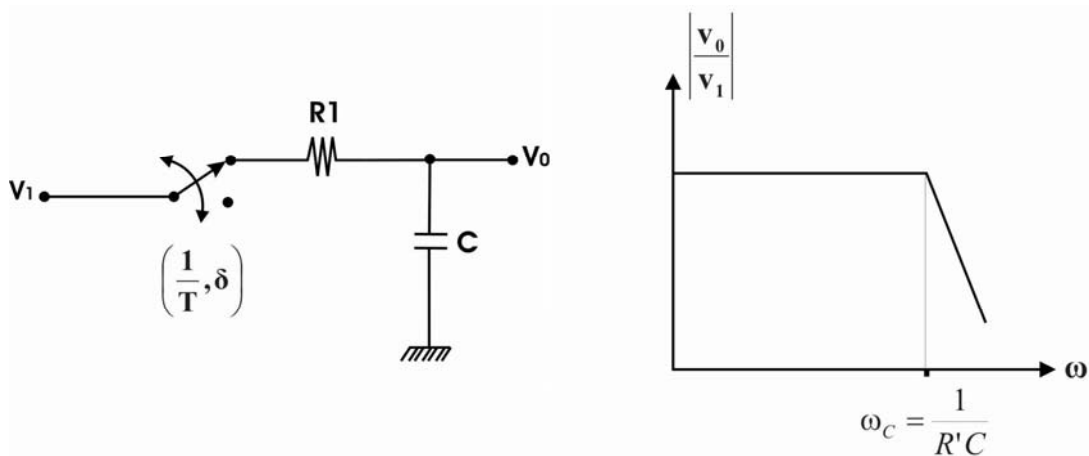
Igualando (4) y (5) y despejando  $R'$  tenemos:

$$R' = \frac{R_1}{\delta} \quad \dots(6)$$

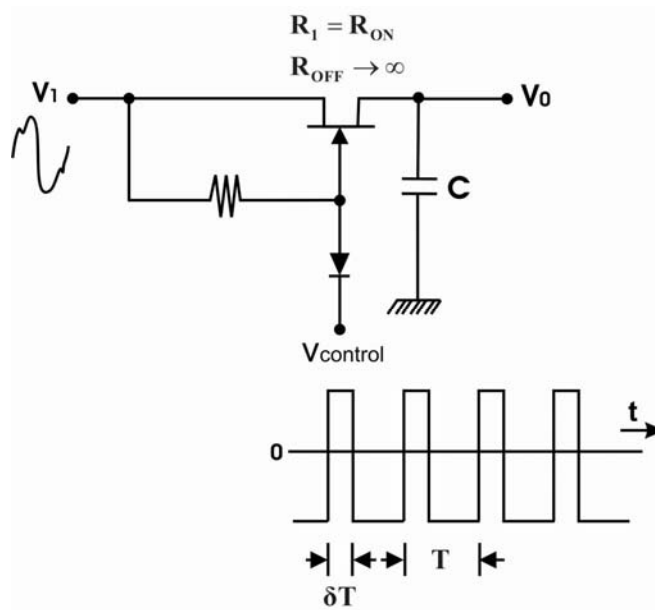


**Fig.1 Filtro pasabajos elemental**

La Fig.2 muestra una implementación del filtro con las características anotadas. Una realización física del mismo puede verse en la Fig.3. Observamos que variando el ciclo de trabajo  $\delta$  de la señal de control puede ajustarse el valor de  $R'$  y con ello la frecuencia de corte del filtro  $\omega_c = \frac{1}{R'C}$ .



**Fig.2 Implementación del filtro pasabajos de resistencia conmutada y su función de transferencia**



**Fig.3 Realización física del filtro de resistencia conmutada**

## 1.2 Filtros de Capacitores Conmutados

Los filtros que emplean la técnica de capacitores conmutados simulan resistencias mediante capacitores conmutados a alta velocidad. Así se elimina la necesidad de contar con resistencias de circuito integrado de alta precisión y elevado costo cuando se construyen filtros analógicos monolíticos de alta calidad.

Un capacitor conmutado consiste básicamente de un capacitor cuya carga es transferida de un nodo a otro en un circuito por medio de un interruptor.

Como se muestra en la figura 4, cuando el interruptor se encuentra en la posición 1,  $C_S$  se carga a un voltaje  $v_1$ . La carga almacenada es  $Q_1 = C_S v_1$ . En la posición 2 se descarga hacia  $Q_2 = C_S v_2$ . Una cantidad de carga igual a  $\Delta Q = Q_1 - Q_2$  se transfiere entonces del terminal 1 al terminal 2.

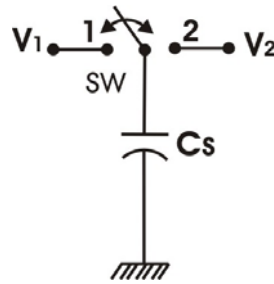
Si el capacitor se conmuta a una frecuencia  $1/T$ , la transferencia de carga representa una corriente equivalente

$$I = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{v_1 - v_2}{\left(\frac{1}{C_S}\right)T} = \frac{v_1 - v_2}{\left(\frac{1}{C_S f_s}\right)} \quad \dots(7)$$

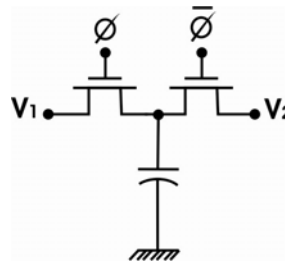
La forma de esta ecuación indica que el capacitor conmutado puede ser modelado como una resistencia de valor

$$R_s = \frac{1}{f_s C_S} \quad \dots(8)$$

donde  $f_s = \frac{1}{T}$  es la frecuencia de conmutación.



**Fig.4 Capacitor conmutado**



**Fig.5 Versión integrada del capacitor conmutado**

Este análisis supone implícitamente lo siguiente:

1. La frecuencia de conmutación es suficientemente elevada, de manera que la transferencia de carga en cantidades discretas pueda relacionarse a una corriente.
2. Los voltajes  $V_1$  y  $V_2$  son independientes de la carga transferida.

## 1.2.1 Circuitos Básicos con Capacitores Conmutados

### 1.2.1.1 Integrador

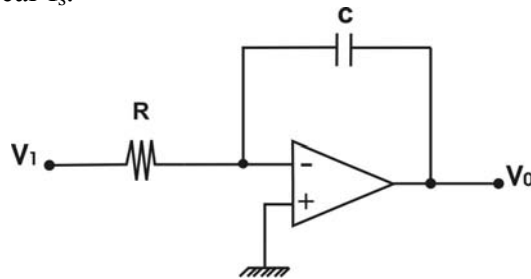
Está basado en el conocido integrador Miller (Fig.6). La función de transferencia de este circuito es

$$G(j\omega) = -\frac{1}{j\omega RC} \quad \dots(9)$$

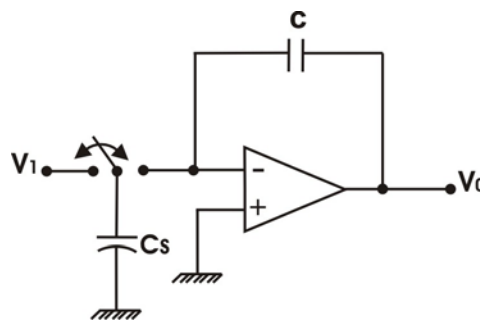
El integrador con capacitor conmutado reemplaza al resistor del circuito Miller con un capacitor conmutado. La función de transferencia es ahora

$$G_{sc}(j\omega) = -\frac{1}{j\omega \left( \frac{C}{f_s C_s} \right)} \quad \dots(10)$$

En un caso la ganancia del integrador es  $-1/RC$ ; en el otro,  $-f_s C_s/C$ . La última expresión constituye una ventaja en el circuito con capacitor conmutado porque la relación  $C_s/C$  puede implementarse con tecnología MOS de circuito integrado con tolerancias de fabricación del 0.1%. Además, puede variarse la ganancia con solo modificar  $f_s$ .



**Fig.6 Integrador Miller**



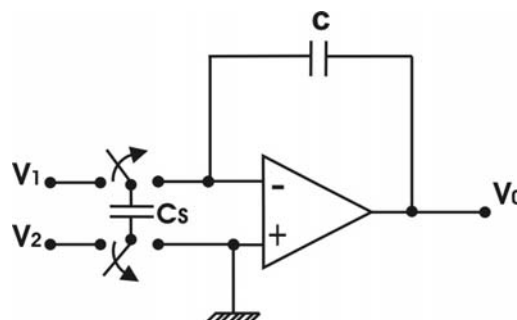
**Fig.7 Integrador con capacitor conmutado**

### 1.2.1.2 Integrador Diferencial

Funcionalmente este circuito difiere del anterior en que el capacitor conmutado se carga a una tensión  $V_1 - V_2$ . El voltaje de salida está dado por

$$V_0 = -\frac{1}{j\omega \left( \frac{C}{f_s C_s} \right)} (V_1 - V_2) \quad \dots(11)$$

En la Fig.8 puede verse este esquema, en donde se muestra la relación de fase que existe entre los interruptores.

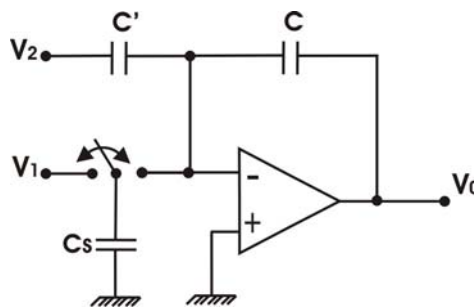


**Fig.8 Integrador diferencial**

### 1.2.1.3 Integrador-Sumador

En la Fig. 9 se observa el circuito del integrador-sumador. El voltaje de salida está dado por:

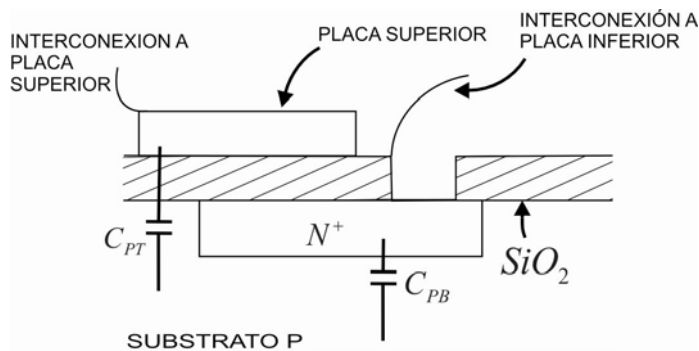
$$V_0 = -\frac{1}{j\omega\left(\frac{C}{f_s C_s}\right)} V_1 - \frac{C'}{C} V_2 \quad \dots(12)$$



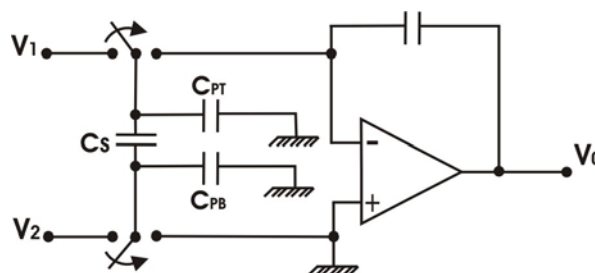
**Fig.9 Integrador sumador**

Los circuitos descritos no pueden implementarse de una manera perfecta, debido a que el capacitor MOS incorpora propiedades parásitas inherentes, principalmente entre su placa inferior y el substrato (Fig.10).

La capacitancia parásita de la placa inferior,  $C_{PB}$ , varía entre 5 y 20% del valor primario del capacitor, mientras que la cifra de la placa superior,  $C_{PT}$ , varía entre 1 y 0.1% de aquel valor.



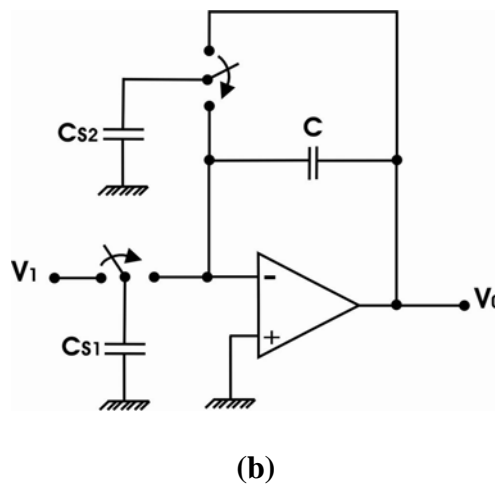
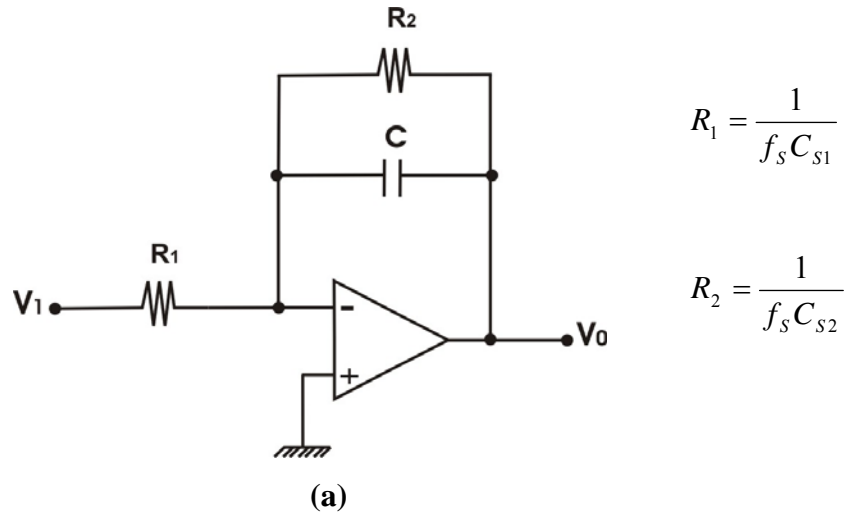
**Fig.10 Capacitancias parásitas en un capacitor MOS**



**Fig.11 Capacitancias parásitas  $C_{PT}$  y  $C_{PB}$  tal como aparecerían en un circuito**

### 1.2.1.4 Integrador con pérdidas

El integrador con pérdidas con componentes clásicos R-C se muestra en la Fig.12.a y su contraparte con capacitores conmutados en la Fig.12.b.



**Fig.12 Integrador con pérdidas (a) y su equivalente con capacitores conmutados (b)**

### 1.2.2 Conversión de filtros convencionales a filtros de capacitores conmutados

Puede efectuarse la conversión de filtros convencionales utilizando la técnica de sustitución directa de elementos resistivos por capacitores conmutados, como se ha visto en la sección 1.2.1. En algunas ocasiones se requiere trabajar primeramente con la función de transferencia antes de ejecutar un proceso de identificación. Ilustraremos esto con la conversión de un filtro pasabanda de 2° orden.

Para ello, supóngase el filtro con función de transferencia

$$\frac{V_0(s)}{V_1(s)} = \frac{\omega_0 s}{s^2 + \frac{\omega_0 s}{Q} + \omega_0^2} \quad \dots(13)$$

Multiplicando en cruz y factorizando obtenemos:

$$V_0(s) \left[ s \left( s + \frac{\omega_0}{Q} \right) \right] = \omega_0 s V_1(s) - \omega_0^2 V_0(s) \quad \dots(14.a)$$

ó

$$V_0(s) = \frac{\omega_0}{s + \frac{\omega_0}{Q}} \left[ V_1(s) - \frac{\omega_0}{s} V_0(s) \right] \quad \dots(14.b)$$

Considérese a continuación un integrador con pérdidas. Su función de transferencia es (Fig.12.a)

$$F(s) = \frac{-\frac{1}{R_1 C}}{s + \frac{1}{R_2 C}} \quad \dots(15)$$

Haciendo  $\omega_0 = \frac{1}{R_1 C}$  y  $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{R_2 C}$  (ó equivalentemente  $Q = \frac{R_2}{R_1}$ ) se convierte (15) en:

$$F(s) = \frac{-\omega_0}{s + \frac{\omega_0}{Q}} \quad \dots(16)$$

Volviendo ahora a la expresión (14.b), podemos re-escribirla como:

$$V_0(s) = -\frac{\omega_0}{s + \frac{\omega_0}{Q}} \left[ \frac{\omega_0}{s} V_0(s) - V_1(s) \right] \quad \dots(17)$$

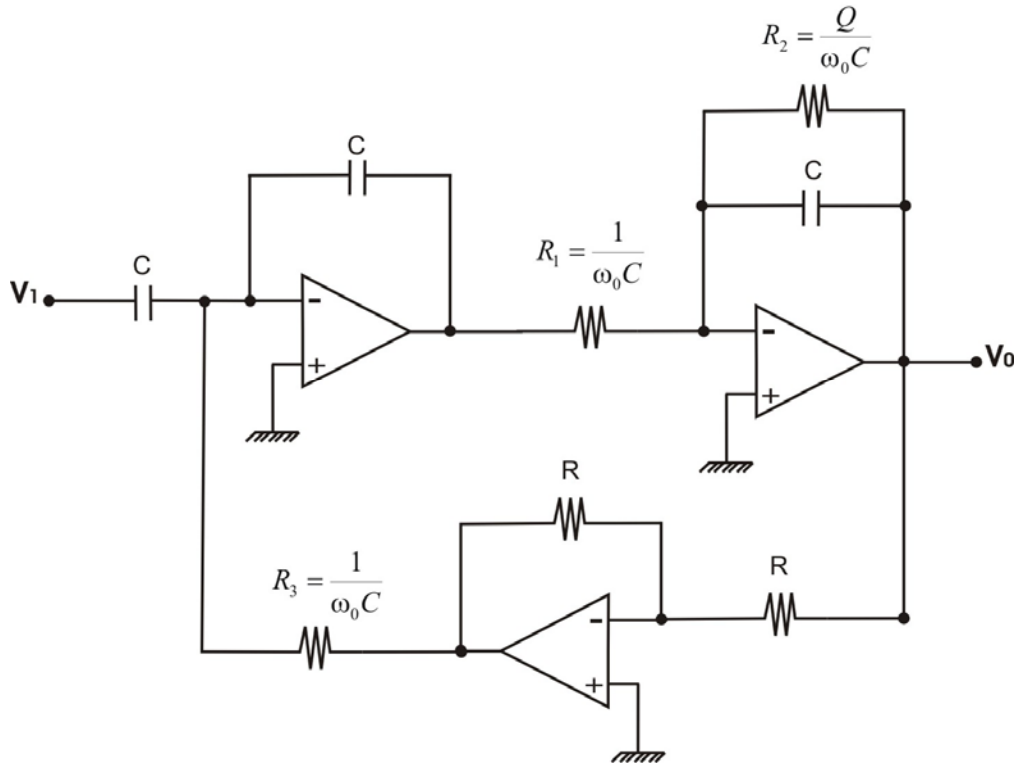
Esta última expresión es el producto de la función de transferencia (16) con la salida de un integrador-sumador cuyas entradas son  $V_1(s)$  y  $-V_0(s)$ . Por lo tanto, si hacemos:

$$R_1 = R_3 = \frac{1}{\omega_0 C} \quad \dots(18.a)$$

y

$$R_2 = \frac{Q}{\omega_0 C} \quad \dots(18.b)$$

tenemos el filtro activo de la Fig.13.



**Fig.13 Filtro de variable de estado  
cuya función de transferencia es la deseada**

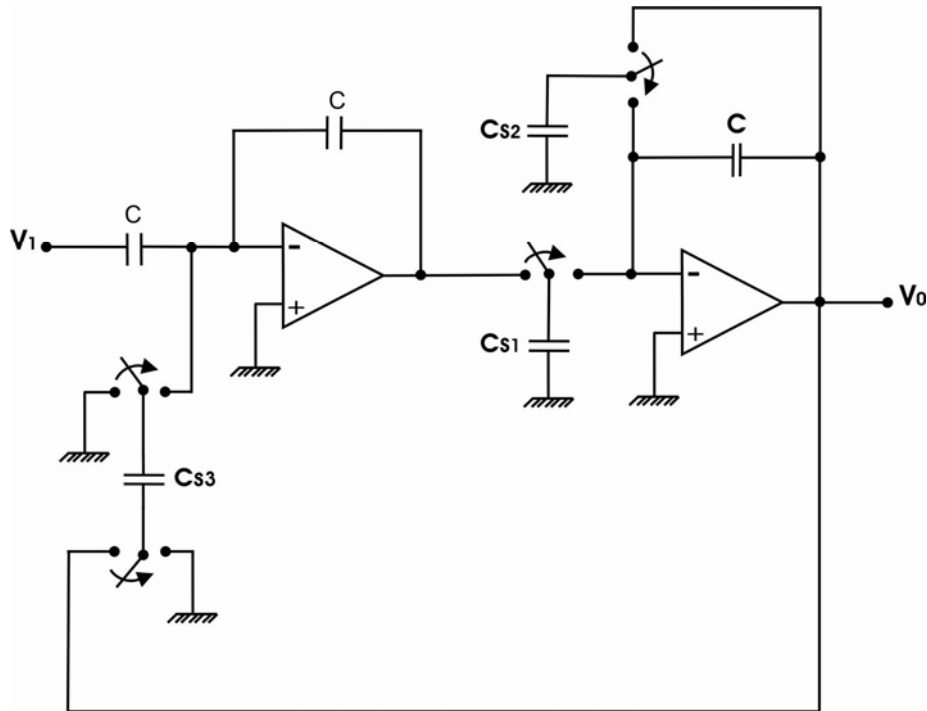
La ganancia a resonancia es  $\frac{V_0}{V_1}(j\omega_0) = Q$ . El  $Q$ , y por lo tanto la ganancia, se ajustan variando  $R_2$  solamente. La frecuencia de resonancia se puede modificar variando simultáneamente  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$ . Como el circuito posee dos integradores, responde al esquema de un filtro de variable de estado. La conversión a un filtro de capacitores conmutados se obtiene a partir de la fórmula  $R_s = \frac{1}{f_s C_s}$ . Así:

$$C_{s1} = C_{s3} = \frac{\omega_0 C}{f_s} \quad \dots(19.a)$$

y

$$C_{s2} = \frac{\omega_0 C}{Q f_s} \quad \dots(19.b)$$

El filtro adopta finalmente la forma de la Fig.14.



**Fig.14 Filtro de capacitores conmutados pasabanda**

El ejemplo realizado permite concluir que los filtros elaborados con los principios de la variable de estado son convertibles a la forma de capacitores conmutados, habiéndose mostrado un método de conversión relativamente simple.

Antes de culminar comentaremos que los interruptores utilizados con los capacitores conmutados son implementados en la práctica a base de transistores MOSFET, los mismos que existen en versión integrada en arreglos conocidos como conmutadores o interruptores análogos (en ingles “bilateral switches”).

Es necesario enfatizar que la relación entre la frecuencia de la señal de control de los conmutadores y la máxima frecuencia componente de la señal a transmitirse  $f_s/f_{IN}$  debe ser mucho mayor que la unidad, y usualmente se escoge entre los límites 50 y 200.

Por otro lado, la constante de tiempo  $R_{ON} \times C_s$ , donde  $C_s$  es el capacitor conmutado, debe hacerse mucho menor que  $1/f_s$  para poder considerar los interruptores como ideales en los cálculos.

Ing. A. Ramón Vargas Patrón  
[rvargas@inictel.gob.pe](mailto:rvargas@inictel.gob.pe)  
 Lima-Perú, Sudamérica  
 Julio 07 del 2006.