

Redes Amortiguadoras de Transitorios de Línea para Fuentes de Alimentación

Ing. A. Ramón Vargas Patrón

rvargas@inictel-uni.edu.pe

Los equipos electrónicos que se alimentan de la red comercial de 60Hz a través de un transformador de tensión están expuestos al peligro que imponen las tensiones transitorias inducidas en el devanado primario del transformador como consecuencia de los encendidos y apagados de motores eléctricos y desconexión de cargas inductivas de la red.

A fin de ilustrar estos efectos, estudiaremos primero lo que ocurre cuando se interrumpe abruptamente la excitación a una bobina ideal (Fig.1) en el momento que está siendo recorrida por una corriente I.

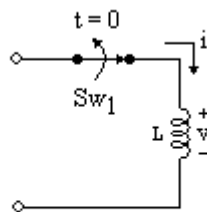


Fig.1 Bobina a la que se le interrumpe la excitación

Observamos que $i(0^-) = I$ e $i(0^+) = 0$. La tensión autoinducida en la bobina está dada por la fórmula:

$$v = L \frac{di}{dt} = L \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta i}{\Delta t} \right)$$

$$\Delta i = i(0^+) - i(0^-)$$

$$= 0 - I$$

$$= -I$$

Luego:

$$v = L \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{-I}{\Delta t} \right)$$

$$= -LI \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\Delta t} \right) = -\infty$$

Dado que la energía almacenada en la bobina antes de la apertura del interruptor es:

$\varepsilon = \frac{1}{2}LI^2$, estamos forzando a que esta se disipe en forma de calor en un tiempo muy corto, produciéndose un arco en los terminales del interruptor. La Fig.2 nos da una idea de la forma de onda de tensión en bornes de la bobina durante este proceso.

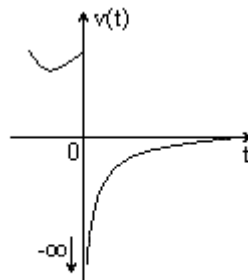


Fig.2 Forma de onda de tensión en la bobina

Una bobina real puede representarse adecuadamente por el modelo de la Fig.3, en el que C_p surge como consecuencia de la capacidad parásita entre espiras de la bobina y R_s es la resistencia óhmica del devanado.

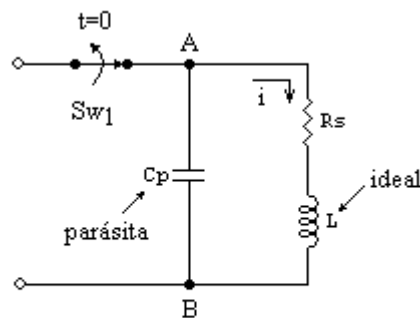


Fig.3 Modelo para una bobina real

Si se emplea el modelo de la figura para estudiar la formación del pico de sobretensión autoinducido en la bobina como efecto de la apertura del interruptor, veremos que C_p y R_s retardan la formación de la sobretensión transitoria. En efecto, la ecuación diferencial del circuito es:

$$\frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i dt + iR_s + L \frac{di}{dt} = 0$$

Las condiciones iniciales son:

$$i(0^+) = I$$

$$\frac{1}{C} \int_{-\infty}^{0^+} i dt = -V$$

Se puede demostrar que si:

$$\left(\frac{R_S}{2L}\right)^2 < \frac{1}{LC} \text{ la solución es subamortiguada.}$$

$$\left(\frac{R_S}{2L}\right)^2 = \frac{1}{LC} \text{ la solución es críticamente amortiguada.}$$

$$\left(\frac{R_S}{2L}\right)^2 > \frac{1}{LC} \text{ la solución es sobreamortiguada.}$$

Las Fig.4a, b y c muestran ejemplos del primer y tercer caso.

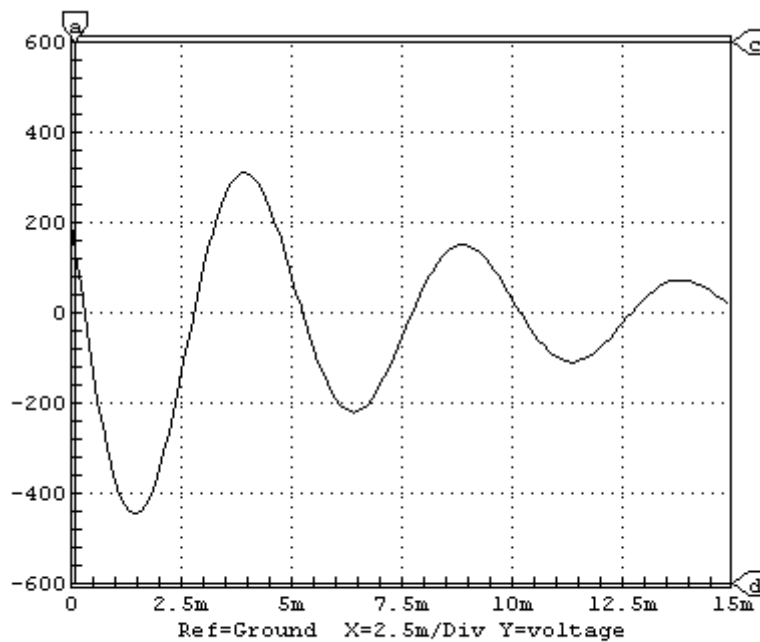


Fig.4a Tensión v_{AB} en C_p - caso subamortiguado-I

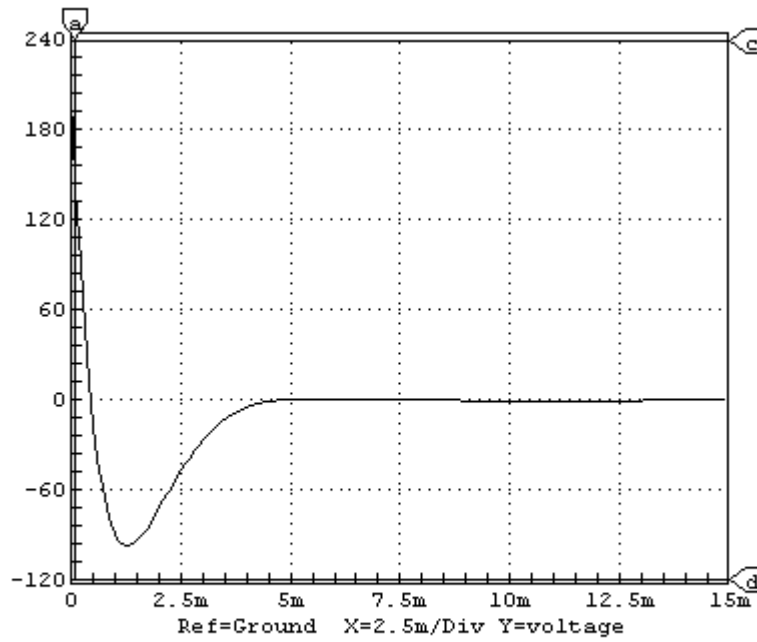


Fig.4b Tensión en Cp - caso - subamortiguado - II

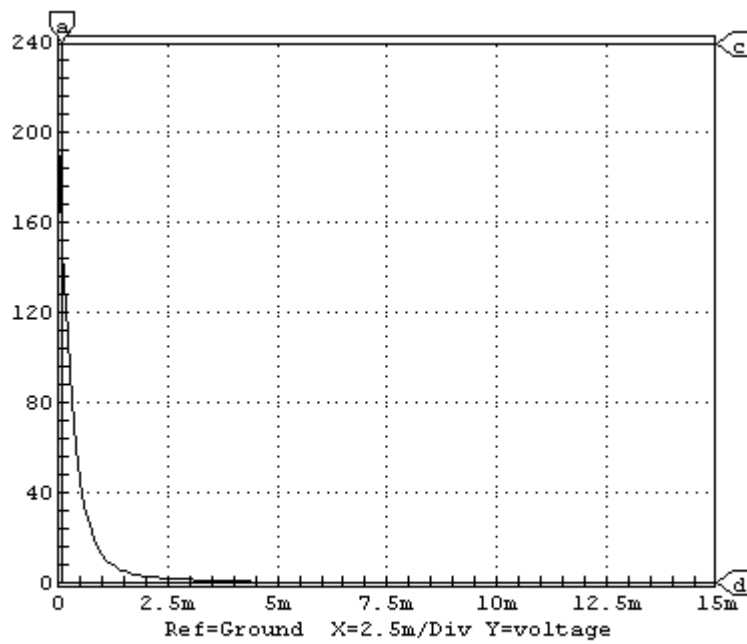


Fig. 4c Tensión en Cp - caso sobreamortiguado

Veremos a continuación el caso de la interrupción de la excitación a un transformador con núcleo de hierro y carga resistiva en el secundario (Fig.5a). En la Fig.5b se muestra el circuito equivalente simplificado del transformador, donde L_M e i_M son, respectivamente, la inductancia y la corriente de magnetización. La tensión en bornes del primario es $v(t)$.

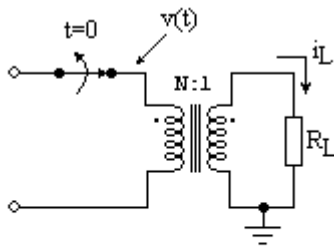


Fig. 5a Transformador con núcleo de Fe al que se le interrumpe la excitación en $t = 0$

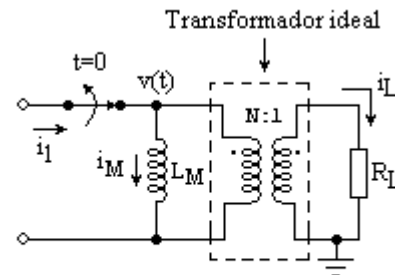


Fig.5b Circuito equivalente simplificado del transformador real

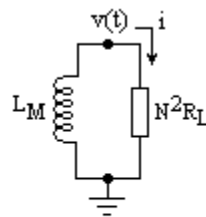


Fig.5c Circuito equivalente para $t \geq 0^+$

El circuito equivalente para $t \geq 0^+$ se puede observar en la Fig.5c, donde la carga resistiva del secundario R_L ha sido reflejada al lado primario. De allí obtenemos la condición inicial:

$$i(0^+) = -I$$

y la ecuación diferencial del circuito:

$$L \frac{di}{dt} + N^2 R_L i = 0$$

La solución de esta ecuación da como resultado:

$$i = -I \exp\left(-\frac{N^2 R_L}{L} t\right) = -I \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

siendo:

$$\tau = \frac{L}{N^2 R_L}$$

Como la tensión $v(t)$ está dada por:

$$v(t) = N^2 R_L i$$

entonces:

$$v(t) = -N^2 R_L I \exp\left(-\frac{N^2 R_L}{L} t\right)$$

Graficando $v(t)$ versus t obtenemos la forma de onda de la Fig.6.

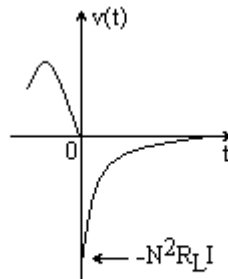


Fig.6 Tensión en el devanado primario

La gráfica de la corriente de magnetización se puede observar en la Fig.7.

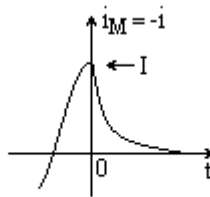


Fig.7 Corriente de magnetización

En los cálculos anteriores se han supuesto despreciables los efectos de la capacidad parásita del primario y de la resistencia del devanado.

Redes Amortiguadoras R-C

La cantidad $N^2 R_L I$ puede llegar a niveles peligrosos para el circuito que alimenta el transformador. Se dice que $N^2 R_L I$ alcanza valores de sobretensión cuando estos son mayores que el pico de la tensión nominal de línea. La inclusión de una red serie R-C en paralelo con el devanado primario del transformador permite reducir la sobretensión a niveles tolerables, dado que ahora la energía del transitorio se disipa en la resistencia total serie del circuito R-L-C, donde L es la inductancia de magnetización del primario.

Cálculo de la Red

Sea el circuito de la Fig.8, donde se muestra un transformador con una red amortiguadora R-C (conocida en inglés como “snubber network”), el cual se encuentra conectado a la línea del sector.

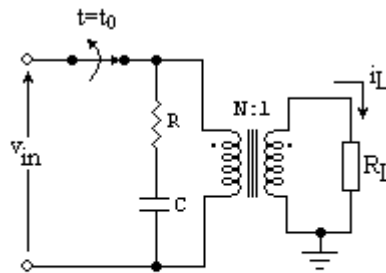


Fig.8 Transformador conectado a la línea del sector

En el instante $t = t_0$ se desconecta abruptamente el primario de la red de 60Hz. Deseamos estudiar el efecto de la red R-C en la formación del transitorio. Para ello, sea $v_{in} = V_{IN} \text{sen } \omega_r t$ la tensión sinusoidal aplicada al transformador, donde ω_r es 120π , es decir, 377 Rad/seg, y $V_{IN} = 220 \times \sqrt{2} = 311$ Voltios. Sea así mismo v_0 la tensión instantánea en bornes del primario. En la Fig.9a se muestra el circuito equivalente del transformador visto desde el lado primario.

La tensión v_0 viene definida entonces por:

$$v_0 = \begin{cases} v_{in} \dots t \leq t_0^- \\ v_0 \dots t \geq t_0^+ \end{cases}$$

En $t = t_0^+$:

$$v_0 = V_0 = V_C - (I - I_1)R$$

donde I_1 está definida en la Fig.9b y V_C es la tensión en el condensador C en $t = t_0^-$. El peor caso corresponde a $I_1 = 0$ (mínimo amortiguamiento). Por lo tanto, si asumimos que R_L tiende a infinito, tendremos que:

$$V_0 = V_C - IR \quad \dots(1)$$

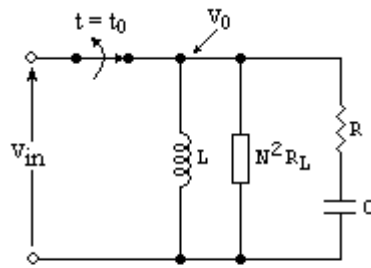


Fig.9a Circuito equivalente traducido al primario

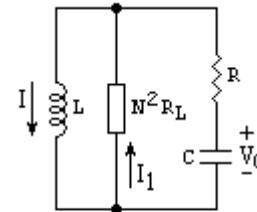


Fig.9b Circuito equivalente a $t = t_0^+$

La resistencia R debe disipar la energía del transitorio y no debe ocasionar pérdidas excesivas a la frecuencia de red $\omega_r = 377$ Rad/seg. Debe cumplirse entonces que $R \ll X_C$, o equivalentemente, $R \ll \frac{1}{\omega_r C}$, lo cual implica que:

$$\omega_r RC \ll 1 \quad \dots(2)$$

En consecuencia, la tensión instantánea en el condensador es:

$$v_C = v_{in} \dots t \leq t_0^-$$

$$v_C = V_C \dots t = t_0^+$$

y

$$v_C(t_0^+) = v_C(t_0^-)$$

En la Fig.10b se muestra la relación de fase entre la tensión de entrada v_{in} y la corriente del primario i , para $\omega_r t < \omega_r t_0 = \phi$, y $R_L \rightarrow \infty$.

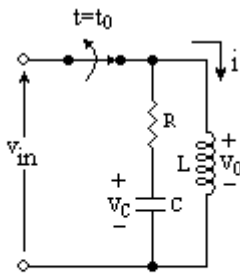


Fig.10a Circuito equivalente traducido al primario con $R_L \rightarrow \infty$

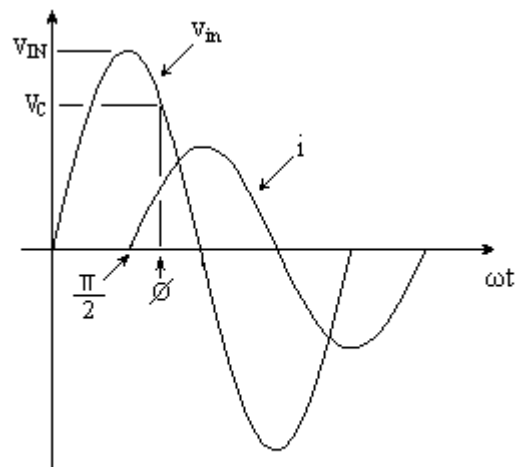


Fig.10b Relación de fase entre v_{in} e i



De la Ec.(1) y Fig.10b tenemos, para $t = t_0^+$:

$$V_0 = V_{IN} \sin \phi - \frac{V_{IN}R}{\omega_r L} \sin\left(\phi - \frac{\pi}{2}\right)$$

o lo que es lo mismo:

$$V_0 = V_{IN} \sin \phi + \frac{V_{IN}R}{\omega_r L} \cos \phi \quad \dots(3)$$

Encontremos el valor máximo (positivo o negativo) que puede tomar V_0 en términos de ϕ . Para ello necesitamos calcular el valor de la variable que anule la primera derivada de V_0 . Luego requeriremos verificar que para ese valor de ϕ la segunda derivada es diferente de cero. Esto garantizará la existencia de valores máximos positivos o negativos.

La primera derivada está dada por:

$$\frac{dV_0}{d\phi} = V_{IN} \cos \phi - \frac{V_{IN}R}{\omega_r L} \sin \phi$$

que se anula cuando:

$$\cos \phi = \frac{R}{\omega_r L} \sin \phi \quad \dots(4)$$

La segunda derivada resulta ser:

$$\frac{d^2V_0}{d\phi^2} = -V_{IN} \sin \phi - \frac{V_{IN}R}{\omega_r L} \cos \phi \quad \dots(5)$$

Reemplazando la Ec.(4) en la Ec.(5):

$$\begin{aligned} \frac{d^2V_0}{d\phi^2} &= -V_{IN} \sin \phi - \frac{V_{IN}R}{\omega_r L} \times \frac{R}{\omega_r L} \sin \phi \\ &= -(V_{IN} \sin \phi) \left[1 + \left(\frac{R}{\omega_r L} \right)^2 \right] < 0 \end{aligned}$$

Entonces tengo un máximo cuando $\tan \phi_M = \frac{\omega_r L}{R}$, y, según la Ec.(4):

$$0 < \phi_M < \frac{\pi}{2} \quad \text{ó} \quad \pi < \phi_M < \frac{3}{2} \pi$$



A partir de las Ecs.(3) y (4) obtenemos:

$$V_{0MAX} = V_0(\phi_M) = (V_{IN} \sin \phi_M) \left[1 + \left(\frac{R}{\omega_r L} \right)^2 \right] \quad \dots(6)$$

Siendo:

$$\sin \phi_M = \frac{\omega_r L}{\sqrt{R^2 + \omega_r^2 L^2}}$$

con:

$$0 < \phi_M < \frac{\pi}{2}$$

tenemos que:

$$V_{0MAX} = V_{IN} \sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega_r L} \right)^2} \quad \dots(7)$$

Es razonable limitar V_{0MAX} a $2V_{in}$. Entonces:

$$\sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega_r L} \right)^2} \leq 2$$

Luego:

$$\frac{R}{\omega_r L} \leq 1.73 \quad \dots(8)$$

Las Ecs.(2) y (8) definen por completo la red, como veremos a continuación. Para ello hagamos:

$$K_1 = \frac{R}{\omega_r L} \quad \dots(9)$$

y:

$$K_2 = \omega_r RC \quad \dots(10)$$

Luego:

$$K_1 K_2 = \frac{R^2 C}{L} \quad \dots(11)$$

Según las expresiones (8) y (11):

$$K_1 = \frac{R^2 C}{K_2 L} \leq 1.73$$

Entonces:

$$R \leq 1.32 \times \sqrt{K_2} \times \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \dots(12)$$

Como $K_2 \ll 1$ [Ec.(2)], entonces $\sqrt{K_2} < 1$ y la respuesta de la red es subamortiguada para $t \geq t_0^+$. Recordemos que en el amortiguamiento crítico:

$$\left(\frac{R}{2L}\right)^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

La frecuencia de resonancia de L y C la podemos obtener dividiendo K_2 entre K_1 :

$$\begin{aligned} \frac{K_2}{K_1} &= \omega_r^2 LC \\ &= \frac{\omega_r^2}{\omega^2} \end{aligned}$$

Luego:

$$\omega^2 = \frac{K_1}{K_2} \omega_r^2$$

y:

$$\omega = \sqrt{\frac{K_1}{K_2}} \omega_r \quad \dots(13)$$

Procedimiento de Diseño para la Red Amortiguadora

1. Se elige un valor para $K_1 \leq 1.73$, y con L como dato se obtiene R.
2. Se escoge un valor para $K_2 \ll 1$ y en la expresión del mismo se reemplaza el valor de R. De esta manera se obtiene el valor de la capacidad C.
3. La potencia nominal de R la obtendremos con ayuda de la Fig.11.

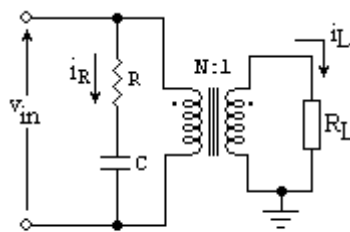


Fig.11

$$i_R = I_R \angle \emptyset, \emptyset = 90^\circ$$

$$v_{IN} = V_{IN} \angle 0^\circ$$



Entonces:

$$I_R \approx V_{IN} \omega_r C$$

$$V_R \approx V_{IN} \omega_r CR = K_2 V_{IN}$$

$$P_R = \frac{V_R^2}{2R} \approx \frac{K_2^2 V_{IN}^2}{2R}$$

La resistencia R deberá poder disipar una potencia media:

$$P = 4P_R \quad \dots(14)$$

como protección contra el calentamiento excesivo, ya que la fuente de alimentación normalmente se encuentra dentro de un gabinete cerrado, y la ventilación del mismo podría no ser la más adecuada.

La tensión de trabajo del condensador C se escoge igual o mayor que 600 V para voltajes de línea de 220Vrms y 60Hz.

Modificación de las Fórmulas para Uso Industrial

La industria utiliza tabulaciones que emplean la corriente de magnetización I_M del primario del transformador para el cálculo de los valores de la red amortiguadora. Usualmente se adopta para I_M el 10% de la corriente nominal del primario a plena carga.

Así, conocidos $K_1 = \frac{R}{\omega_r L}$ y $K_2 = \omega_r RC$, podemos escribir:

$$\omega^2 = \frac{K_1}{K_2} \omega_r^2$$

$$\frac{1}{LC} = \frac{K_1}{K_2} \omega_r^2$$

$$C = \frac{K_2}{\omega_r^2 L K_1}$$

$$= \frac{1}{\omega_r L} \times \frac{K_2}{\omega_r K_1}$$

$$= \frac{I_M}{V} \times \frac{1}{377} \times \frac{K_2}{K_1}$$

$$= \frac{I_M}{V} \times \frac{2.65 \times 10^{-3} K_2}{K_1} \quad (\text{Faradios})$$

$$= \frac{I_M}{V} \times \frac{2650 K_2}{K_1} \quad (\mu\text{F}) \quad \dots(15)$$



Por otro lado:

$$RC = \frac{K_2}{\omega_r}$$

$$= 2.65 \times 10^{-3} K_2 \quad (\text{seg})$$

$$= 2650 K_2 \quad (\mu\text{s}, C \text{ en } \mu\text{F} \text{ y } R \text{ en ohmios}) \quad \dots(16)$$

Resumiendo tenemos:

$$C = \frac{I_M}{V} \times \frac{2650 K_2}{K_1} \quad (\mu\text{F})$$

$$RC = 2650 K_2 \quad (\Omega\text{-}\mu\text{F})$$

$$V_{0M} = V_{IN} \sqrt{1 + K_1^2}$$

$$V = \frac{V_{IN}}{\sqrt{2}}$$

Tabulación para Uso Industrial

RC	CV/I _M	V _{0M} /V _{IN} dato Cía. Philips
300	800	1.00
260	550	1.25
225	400	1.50
150	200	2.00

Estos valores corresponden a:

K ₁	K ₂	V _{0M} /V _{IN} calculado
0.375	0.113	1.07
0.47	0.098	1.106
0.56	0.085	1.147
0.75	0.056	1.25

Efecto de la Resistencia de Carga del Transformador en la Amplitud de la Sobretensión

La Fig.12 nos permitirá estudiar el efecto de la resistencia de carga R_L del secundario en la amplitud de la sobretensión.

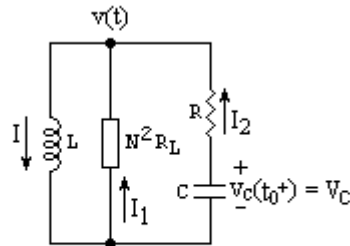


Fig.12 Tomando en cuenta la resistencia de carga del secundario

En $t = t_0^+$:

$$I_2 = I - I_1$$

$$I_1 = -\frac{v(t_0^+)}{N^2 R_L}$$

$$\begin{aligned} v(t_0^+) &= v_C(t_0^+) - I_2 R \\ &= V_C - (I - I_1)R \\ &= V_C - \left[I + \frac{v(t_0^+)}{N^2 R_L} \right] R \\ &= V_C - IR - \frac{v(t_0^+) R}{N^2 R_L} \end{aligned}$$

Entonces:

$$v(t_0^+) \left[1 + \frac{R}{N^2 R_L} \right] = V_C - IR$$

Luego:

$$v(t_0^+) = (V_C - IR) \left(\frac{1}{1 + \frac{R}{N^2 R_L}} \right)$$

Si hacemos $V_0 = V_C - IR$, aproximación ya calculada anteriormente, entonces:

$$v(t_0^+) = V_0 \left(\frac{1}{1 + \frac{R}{N^2 R_L}} \right) \quad \dots(17)$$

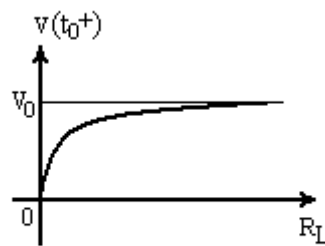


Fig.13 Gráfica de Ec. (17)

En consecuencia, el peor caso para $v(t_0^+)$ ocurre cuando $R_L \rightarrow \infty$.

Referencias Bibliográficas

Philips Technical Manual, _____, sub-chapter 6.31 “The Use of Simple RC-Networks with Non-Avalanche Diodes”, pages 97-98

Ing. A.Ramón Vargas Patrón
rvargas@inictel-uni.edu.pe
Lima-Perú, Sudamérica
Septiembre 29 del 2008